

Задания с развернутым ответом по алгебре

Задание. Запишите развёрнутую запись решения без обоснования и ответ.

1. Найдите значение выражения: $\frac{9^{\log_3 7}}{27^{\log_3 5}} + 4^{\frac{1}{\log_{25} 16}}$.
2. Найдите значение выражения: $3^{\log_3 14 - \log_3 7} + \log_{\sqrt{3}} 27$.
3. Найдите значение выражения: $2 \log_5 15 - 4 \log_{25} 3$.
4. Найдите значение выражения: $\log_{27} 15 - \frac{1}{3} \log_3 5$.
5. Вычислите значение выражения: $2^{\frac{4}{\log_{30} 16}}$.
6. Вычислите значение выражения: $5^{\frac{2}{\log_{12} 25}}$.
7. Вычислите значение выражения: $10^{2 \lg 5} - 49^{\log_7 4}$.
8. Вычислите значение выражения: $6^{2 \log_6 9} - 25^{\log_5 3}$.
9. Вычислите значение выражения: $9^{1 - \log_3 6}$.
10. Вычислите значение выражения: $25^{1 + \log_5 2}$.
11. Определите вид числа: $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - 2\sqrt{6}$.
12. Определите вид числа: $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{6}}{\sqrt{7} - \sqrt{6}} - 2\sqrt{42}$.
13. Упростите выражение: $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} - 12$.
14. Упростите выражение: $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} - 10$.
15. Упростите выражение: $\sqrt{b(\sqrt{a} + \sqrt{a-b})(\sqrt{a} - \sqrt{a-b})}$, если $b < 0$.
16. Упростите выражение: $(a-b) \sqrt{\frac{y^2}{a^2 - 2ab + b^2}}$, если $y < 0, a > b$.
17. Упростите выражение: $\left(\frac{a^{\frac{1}{2} + 2}}{a + 2a^{\frac{1}{2} + 1}} - \frac{a^{\frac{1}{2} - 2}}{a - 1} \right) \cdot \frac{a^{\frac{1}{2} + 1}}{a^{\frac{1}{2}}}$ при $a > 0, a \neq 1$.
18. Упростите выражение: $\left(\frac{x-y}{x^{\frac{3}{4} + x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{4}}} - \frac{x^{\frac{1}{2} - y^{\frac{1}{2}}}}{x^{\frac{1}{4} + y^{\frac{1}{4}}}} \right) \cdot \left(\frac{x}{y} \right)^{\frac{1}{2}}$ при $x > 0, y > 0$.
19. Упростите выражение: $a^{\sqrt{3} + 2} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{3} - 1}} \right)^{\sqrt{3} + 1}$ при $a > 0$.
20. Упростите выражение: $a^{4 + \sqrt{5}} \cdot \left(\frac{1}{a^{\sqrt{5} - 1}} \right)^{\sqrt{5} + 1}$ при $a > 0$.

21. Упростите выражение: $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2 \sin 2\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2 \cos 2\alpha}$.
22. Упростите выражение: $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}$.
23. Решите уравнение: $4 \cos 3x + 4 = 0$.
24. Решите уравнение: $4 \sin 2x + 4 = 0$.
25. Решите уравнение: $\cos^2 x - \cos x = 0$.
26. Решите уравнение: $\sin^2 x - \sin x = 0$.
27. Решите уравнение: $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 = 0$.
28. Решите уравнение: $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$.
29. Решите уравнение: $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$.
30. Решите уравнение: $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$.
31. Решите уравнение: $\sqrt{3x + 7} = 7 - x$.
32. Решите уравнение: $\sqrt{15 - 3x} = x + 1$.
33. Решите уравнение: $x + \sqrt{3x + 7} = 7$.
34. Решите уравнение: $\sqrt{15 - 3x} - 1 = x$.
35. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 - 8x + 12} = 6 - x$.
36. Решите уравнение: $\sqrt{x^2 + 4x - 5} = 1 - x$.
37. Решите уравнение: $\sqrt{2x + 4} = \sqrt{x + 2}$.
38. Решите уравнение: $\sqrt{x + 2} = \sqrt{2x - 4}$.
39. Решите уравнение: $\log_{\frac{2}{5}} x + \log_5 x = 2$.
40. Решите уравнение: $\log_{\frac{2}{3}} x - 4 \log_3 x = -3$.
41. Решите уравнение: $\log_{0,5}(x^2 - x) = -1$.
42. Решите уравнение: $\log_{0,1}(x^2 + 3x) = -1$.
43. Решите уравнение: $\log_{16}(\sin^2 x + 3,5) = 0,5$.
44. Решите уравнение: $\log_9(\cos^2 x + 2,5) = 0,5$.
45. Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 1) = -2$.
46. Решите уравнение: $\log_{0,2}(2x + 5) = 1$.
47. Решите уравнение: $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$.
48. Решите уравнение: $\left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^x = \frac{16}{81}$.
49. Решите систему неравенств: $\begin{cases} x^2 - x \geq 0, \\ |x| < 2 \end{cases}$.

50. Решите систему неравенств: $\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ |x + 1| \leq 2 \end{cases}$.
51. Решите неравенство: $(0,3)^{\frac{x^2-x-12}{x}} \geq 1$.
52. Решите неравенство: $(0,7)^{\frac{x^2+x-6}{x}} \leq 1$.
53. Решите неравенство: $\log_2(2x + 15) < \log_2(5x) + \log_2(x - 4)$.
54. Решите неравенство: $\log_{0,5}(x + 8) > \log_{0,5}(x - 3) + \log_{0,5}(3x)$.
55. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(2x - 3) > -1$.
56. Решите неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) > -5$.
57. Решите неравенство: $4^{x+1} + 4^x \geq 320$.
58. Решите неравенство: $5^x + 5^{x+2} \leq 130$.
59. Решите неравенство $f'(x) \leq 0$, если $f(x) = -2x^2 + 8x + 7$.
60. Решите неравенство $f'(x) \geq 0$, если $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 5$.
61. Найдите область определения функции $f(x) = 0,7^{\frac{1}{\sqrt{x^2+7x+10}}}$.
62. Найдите область определения функции $f(x) = 3^{\frac{1}{\sqrt{x^2-6x+7}}}$.
63. Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 + x - 2}$.
64. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$.
65. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\cos x + 1}$.
66. Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\sin x - 1}$.
67. Найдите область определения функции $f(x) = \log_2(x^2 + x - 2)$.
68. Найдите область определения функции $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 3)$.
69. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\lg\left(\frac{x-2}{4-x}\right)}$.
70. Найдите область определения функции $y = \frac{1}{\lg\left(\frac{3-x}{x-5}\right)}$.
71. Найдите область определения и множество значений функции, обратной к функции $y = \frac{3}{x-4}$.
72. Найдите область определения и множество значений функции, обратной к функции $y = \frac{4}{x+5}$.
73. Найдите нули функции $y = \sin x \cdot \cos x$ на промежутке $[0; 2\pi]$.
74. Найдите нули функции $y = \cos^2 x - \sin^2 x$ на промежутке $[0; \pi]$.
75. Найдите наименьший период функции $y = \sin x \cos 2x + \cos x \sin 2x$.

76. Найдите наименьший период функции $y = \cos x \cos 3x - \sin x \sin 3x$.
77. Найдите множество значений функции $y = 2 |\sin x| - 1$.
78. Найдите множество значений функции $y = 2 + 3 |\cos x|$.
79. Найдите точки пересечения графика функции $y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ с осью абсцисс.
80. Найдите точки пересечения графика функции $y = 2 \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1$ с осью абсцисс.
81. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = 3^{x-2}$ и $y = 3^{x-3} + 6$.
82. Найдите координаты точек пересечения графиков функций $y = 4^{x-3}$ и $y = 65 - 4^x$.
83. Запишите значения функции $\sin(-20^\circ)$, $\sin 90^\circ$, $\sin 20^\circ$ в порядке возрастания.
84. Запишите значения функции $\cos 120^\circ$, $\cos 90^\circ$, $\cos 30^\circ$ в порядке возрастания.
85. Для функции $f(x) = 2x + 3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1; 2)$.
86. Для функции $f(x) = 4x - 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1; 3)$.
87. Найдите значение производной функции $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ в точке $x_0 = 7,5$.
88. Найдите значение производной функции $f(x) = \sqrt{5x + 1}$ в точке $x_0 = 3$.
89. Найдите значение производной функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$ в точке $x_0 = 0$.
90. Найдите значение производной функции $y = \frac{4x - 7}{x^2 + 4}$ в точке $x_0 = 0$.
91. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 8}{x - 1}$ на отрезке $[-3; 0]$.
92. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$ на отрезке $[0; 3]$.
93. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x + \frac{4}{x}$ на отрезке $[1; 3]$.
94. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = x + \frac{9}{x}$ на отрезке $[1; 4]$.
95. Найдите промежутки, на которых функция $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ возрастает.
96. Найдите промежутки, на которых функция $y = \frac{x^2}{x + 1}$ убывает.
97. Тело движется по закону $s(t) = \frac{1}{4}t^4 + \frac{1}{3}t^3 - 7t + 2$. Найдите скорость и ускорение через 2 сек после начала движения (s измеряется в метрах).
98. Тело движется по закону $s(t) = \frac{1}{5}t^5 + \frac{1}{3}t^3 + 20t - 3$. Найдите скорость и ускорение через 2 сек после начала движения (s измеряется в метрах).

99. Для функции $f(x) = 2x + 3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1; 2)$.
100. Для функции $f(x) = 4x - 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1; 3)$.
101. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x - x$.
102. При каких значениях x $f'(x) = 0$, если $f(x) = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x + x$.
103. Вычислите интеграл: $\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{2dx}{\sin^2(2x + \frac{\pi}{4})}$.
104. Вычислите интеграл: $\int_0^{-\frac{\pi}{24}} \frac{dx}{\cos^2(2x + \frac{\pi}{4})}$.
105. Вычислите интеграл: $\int_1^4 (2x - 3x^2) dx$.
106. Вычислите интеграл: $\int_1^3 (4x^3 - 4x) dx$.
107. Вычислите интеграл: $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$.
108. Вычислите интеграл: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.
109. Вычислите интеграл: $\int_0^1 \sqrt{x} dx$.
110. Вычислите интеграл: $\int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$.
111. Для движущейся точки, скорость которой $v(t) = 6t + 3t^2 - 4$, найдите значение скорости в момент, когда ускорение равно 12 м/с^2 .
112. Для движущейся точки, скорость которой $v(t) = 3t^2 + 12t - 1$, найдите значение скорости в момент, когда ускорение равно 18 м/с^2 .
113. Запишите значения функции $\sin(-20^\circ)$, $\sin 90^\circ$, $\sin 20^\circ$ в порядке возрастания.
114. Запишите значения функции $\cos 120^\circ$, $\cos 90^\circ$, $\cos 30^\circ$ в порядке возрастания.
115. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = 0,5x^2 - 3x$ в точке $x_0 = -2$.
116. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = -0,5x^2 + 2x$ в точке $x_0 = -2$.