

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ
КОНТРОЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ ЗАДАНИЙ
ГОСУДАРСТВЕННОЙ ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО МАТЕМАТИКЕ
ПО ОСНОВНЫМ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМ ПРОГРАММАМ
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
в 2019 году**

**Пояснения к демонстрационному варианту
контрольных комплексов заданий для государственной итоговой аттестации по
математике по основным образовательным программам среднего общего образования**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов ГИА 2019 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов ККЗ в 2019 г. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на государственной итоговой аттестации, приведён в кодификаторе элементов содержания для проведения государственной итоговой аттестации по математике в 2018-2019 учебном году.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ГИА и широкой общественности составить представление о структуре будущих ККЗ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности. Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ГИА.

Пояснение к содержанию демонстрационного варианта

Задания предназначены для проведения государственной итоговой аттестации по интегрированному курсу математики (алгебра и начала математического анализа, геометрия) за курс основного и среднего общего образования.

Вариант содержит 20 разноуровневых заданий, которые представлены в двух частях.

В первой части аттестационной работы предложено 12 заданий базового уровня. При выполнении данных заданий следует записать *только* ответ. Правильный ответ оценивается *одним* баллом. Максимальное количество баллов-**12**

Вторая часть аттестационной работы состоит из восьми разноуровневых заданий.

При выполнении заданий №13-18 следует записывать решение и ответ. Правильное решение каждого из этих заданий оценивается *двумя баллами*.

Задания №19-20 должны иметь развёрнутую запись решения. Правильное решение каждого из этих заданий оценивается *тремя баллами*.

Максимальное количество баллов-**18**.

Итого за всю работу - **30 баллов**

На выполнение аттестационной работы отводится 4 астрономических часа (240 минут).

Примерное распределение заданий демонстрационного варианта экзаменационной работы в соответствии кодификатора элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов для проведения государственной итоговой аттестации в 2018-2019 уч. году.

Номер задания	Темы содержательных разделов
1 часть	
№ 1	Математика 5 – 6 (проценты)
№ 2	Алгебра (степени и корни)
№ 3	Алгебра (основы тригонометрии)
№ 4	Алгебра (логарифмы)
№ 5	Уравнения и неравенства (уравнение)
№ 6	Уравнения и неравенства (неравенство)
№ 7	Уравнения и неравенства (система уравнений)
№ 8	Функции (область значений функции)
№ 9	Начала математического анализа (первообразная)
№ 10	Геометрия (векторы)
№ 11	Геометрия (многогранники, пирамида)
№ 12	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей (теория вероятностей)
II часть	
№ 13	Алгебра (тригонометрическое уравнение)
№ 14	Уравнения и неравенства (логарифмическое неравенство)
№ 15	Начала математического анализа (уравнение касательной к графику функции)
№ 16	Геометрия (планиметрия, трапеция)
№ 17	Элементарное исследование функции
№ 18	Геометрия (тела вращения, площадь боковой поверхности цилиндра)
№ 19	Алгебра и начала математического анализа (исследование функции)
№ 20	Геометрия (Решение задач по стереометрии, призма)

СОДЕРЖАНИЕ ВАРИАНТА

ГОСУДАРСТВЕННАЯ ИТОГОВАЯ АТТЕСТАЦИЯ – 2019
по основным образовательным программам основного общего образования

МАТЕМАТИКА

Вариант № XXX

ЧАСТЬ I

Инструкция. При выполнении заданий 1 – 12 следует записать только ответ

1. Каков процент жирности молока, если в 1 кг молока содержится 25 г жира?
Ответ: _____.
2. Упростите выражение $\sqrt[4]{a^3\sqrt{a}}$.
Ответ: _____.
3. Найдите значение выражения $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$?
Ответ: _____.
4. Вычислите $\log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2}$.
Ответ: _____.
5. Решите уравнение $\sqrt{15 - 3x} = x + 1$.
Ответ: _____.
6. Решите неравенство $\left(\frac{2}{3}\right)^x \geq \frac{8}{27}$.
Ответ: _____.
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 86, \\ x - y = 14. \end{cases}$
Ответ: _____.
8. Найдите область значений функции $y = \sin x + 3$.
Ответ: _____.
9. Найдите все первообразные функции $f(x) = \cos(3x - 4)$.
Ответ: _____.
10. При каком значении m векторы $\vec{a}\{5; m; -1\}$ и $\vec{b}\{-10; 20; 2\}$ коллинеарны?
Ответ: _____.
11. Объем треугольной пирамиды равен 24 дм³. Высота пирамиды $6\sqrt{3}$ дм. Найдите площадь основания данной пирамиды.
Ответ: _____.
12. В ящике лежат 10 шариков, 3 из которых белые. Какова вероятность того, что вынутый наугад шар окажется белым?
Ответ: _____.

ЧАСТЬ II

Инструкция. При выполнении заданий 13 – 18 следует записать решение и ответ

13. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$.

14. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) > -5$.

15. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = -0,5x^2 + 2x$, в точке $x_0 = -2$.

16. Трапеция вписана в окружность. Ее основания равны 21 см и 5 см, а один из углов равен 135° . Найдите площадь трапеции.

17. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$.

18. Параллельно оси цилиндра проведено сечение, которое является квадратом со стороной 6 см и отсекает от окружности основания дугу, градусной мерой 60° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Инструкция. При выполнении заданий 19 – 20 следует записать развёрнутую запись решения с обоснованием

19. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x - 2}$ и постройте ее график.

20. В основании прямой призмы лежит ромб. Большая диагональ призмы равна 12 см и наклонена к плоскости основания под углом 30° , а меньшая образует с боковым ребром угол 45° . Найдите объем призмы.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Каждое из заданий 1 – 12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Ответ
1	2,5 %
2	$\sqrt[3]{a}$
3	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	2
5	2
6	$x \leq 3$
7	(50;36)
8	[2;4]
9	$\frac{1}{3}\sin(3x-4)+C$
10	-10
11	$4\sqrt{3}$ дм ²
12	0,3 или $\frac{3}{10}$

Решения и критерии оценивания заданий 13 – 20

№ 13. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

$$\text{а) } 1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = 0,75;$$

$$\sin^2 x = 0,25;$$

$$\frac{1 - \cos 2x}{2} = 0,25;$$

$$1 - \cos 2x = 0,5;$$

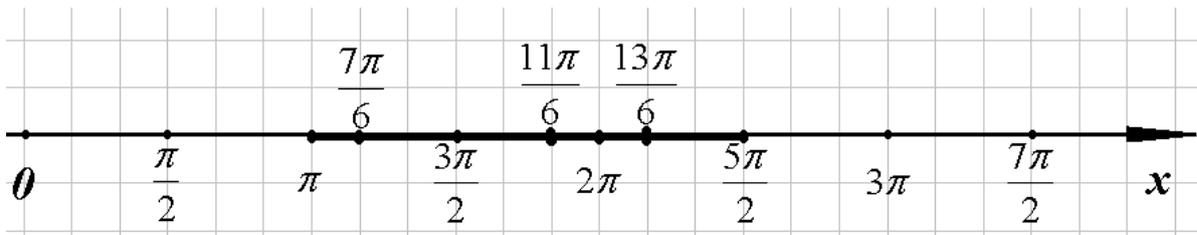
$$\cos 2x = 0,5;$$

$$2x = \pm \arccos 0,5 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$2x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

б) С помощью числовой прямой отберём корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$:



Если $n = 1$, то $x_1 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$, $x_2 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6}$ и $\frac{5\pi}{6} \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$,

$$\frac{7\pi}{6} \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

Если $n = 2$, то $x_3 = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$, $x_4 = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$ и $\frac{11\pi}{6} \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$,

$$\frac{13\pi}{6} \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

Если $n = 3$, то $x_5 = 3\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{17\pi}{6}$, $x_6 = 3\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{19\pi}{6}$ и $\frac{17\pi}{6} \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$,

$$\frac{19\pi}{6} \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

Получаем корни $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{6}$ и $\frac{13\pi}{6}$.

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{6}$ и $\frac{13\pi}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены обоснованные ответы в двух пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) или пункте б), ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

№ 14. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) > -5$.

Решение.

Перепишем данное неравенство в виде

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x - 4) > \log_{\frac{1}{2}} 32.$$

Так как функция $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ убывающая и определена на множестве

положительных чисел, то полученное неравенство равносильно системе:

$$\begin{cases} 3x - 4 < 32, \\ 3x - 4 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x < 36, \\ 3x > 4; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 12, \\ x > 1\frac{1}{3}. \end{cases} \quad x \in \left(1\frac{1}{3}; 12\right).$$

Ответ: $\left(1\frac{1}{3}; 12\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ.	2
При решении учтено убывание функции, но не учтена область определения. ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

№ 15. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = -0,5x^2 + 2x$, в точке $x_0 = -2$.

Решение.

Общий вид уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 имеет вид $y(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

$$f(-2) = -0,5 \cdot (-2)^2 + 2 \cdot (-2) = -0,5 \cdot 4 - 4 = -2 - 4 = -6.$$

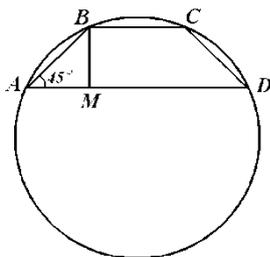
$$f'(x) = -x + 2.$$

$$f'(-2) = 2 + 2 = 4.$$

Тогда $y = -6 + 4(x + 2)$, $y = 4x + 2$.

Ответ: $y = 4x + 2$.

Содержание критерия	Баллы
Верно получен обоснованный ответ.	2
Допущена ошибка при записи общего вида уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 ИЛИ Допущена ошибка при нахождении производной ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2



№ 16. Трапеция вписана в окружность. Ее основания равны 21 см и 5 см, а один из углов равен 135° . Найти площадь трапеции.

Решение.

Так как трапеция $ABCD$ ($BC \parallel AD$) вписана в окружность, то она равнобокая: $AB = CD$. Проведем высоту $BM \perp AD$, тогда

$$AM = \frac{AD - BC}{2} = \frac{21 - 5}{2} = 8 \text{ (см)}.$$

Так как $\angle ABC = 135^\circ$, то $\angle A = 45^\circ$. В $\triangle ABM$ $\angle M = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, тогда этот треугольник прямоугольный и равнобедренный. Значит, $BM = AM = 8$ см.

$$S = \frac{BC + AD}{2} \cdot BM = \frac{5 + 21}{2} \cdot 8 = 104 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Ответ: 104 см².

Содержание критерия	Баллы
Верно получен обоснованный ответ.	2
Допущена ошибка при нахождении высоты трапеции. ИЛИ Допущена ошибка при нахождении площади трапеции ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

№ 17. Найдите область определения функции $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$.

Решение.

Так как данная функций вида $y = \sqrt{f(x)}$, то $f(x) \geq 0$.

$$3 - 2x - x^2 \geq 0;$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0;$$

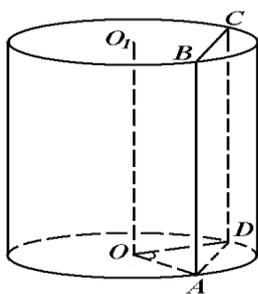
$$(x + 3)(x - 1) \leq 0;$$



$$x \in [-3; 1]$$

Ответ: $[-3; 1]$.

Содержание критерия	Баллы
Верно получен обоснованный ответ	2
Допущена ошибка при составлении неравенства ИЛИ Допущена ошибка при решении квадратного неравенства ИЛИ Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2



№ 18. Параллельно оси цилиндра проведено сечение, которое является квадратом со стороной 6 см и отсекает от окружности основания дугу, градусной мерой 60° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Решение.

OO_1 – ось цилиндра, квадрат $ABCD$ – сечение цилиндра, $(ABC) \parallel OO_1$.

$AB = BC = CD = AD = 6$ см, $\angle AOD = \angle AOD = 60^\circ$.

Тогда $\triangle AOD$ – равносторонний и $AO = 6$ см.

$$S_{\text{б}} = 2\pi RH = 2\pi \cdot AO \cdot AB = 2\pi \cdot 6 \cdot 6 = 72\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 72π см².

Содержание критерия	Баллы
Верно получен обоснованный ответ.	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность и обоснованность всех шагов решения.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

№ 19. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x-2}$ и постройте ее график.

Решение.

$$D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty).$$

Точки пересечения с осями координат: $(0; 0)$.

$$y(-x) = \frac{x^2}{-x-2} = -\frac{x^2}{x+2}.$$

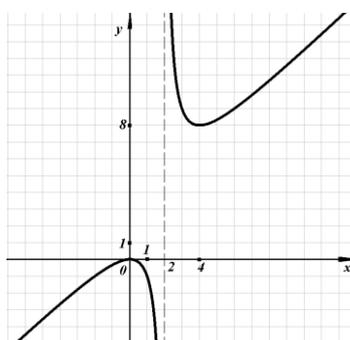
Так как $y(-x) \neq -y(x)$ и $y(-x) \neq y(x)$, то функция ни четная, ни нечетная.

$$y' = \frac{2x(x-2) - x^2}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}.$$

Стационарные точки: $x^2 - 4x = 0$; $x = 0$, $x = 4$.

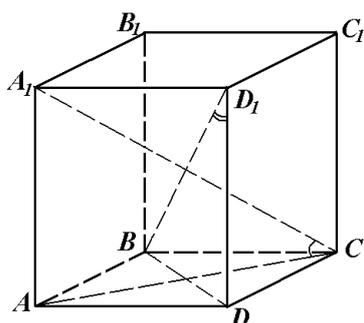
	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 2)$	2	$(2; 4)$	4	$(4; +\infty)$
$f'(x)$	+	0	-		-	0	+
$f(x)$	\nearrow	0	\rightarrow		\rightarrow	8	\nearrow
		max				min	

Сделаем рисунок.



Содержание критерия	Баллы
Верно исследована функция и верно построен график	3
Построен верно график, но выполнены не все этапы исследования функции. ИЛИ Построен неверный график, но при этом имеется верная последовательность и обоснованность всех шагов решения ИЛИ Приведено правильное полное исследование функции, но не построен график	2
Построен верный график, но отсутствует исследование функции ИЛИ Построен неверный график в результате двух и более ошибок при исследовании функции.	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	3

№ 20 В основании прямой призмы лежит ромб. Большая диагональ призмы равна 12 см и наклонена к плоскости основания под углом 30° , а меньшая образует с боковым ребром угол 45° . Найдите объем призмы.



Решение.

1. *Рисунок, пояснения к рисунку.*

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямая призма. Ее основание $ABCD$ – ромб, $BD < AC$ – его диагонали. Высотой призмы является боковое ребро. Тогда BD – проекция BD_1 на плоскость основания, AC – проекция A_1C на плоскость основания. Так как $BD < AC$, а $AA_1 = DD_1$, то $BD_1 < A_1C$ – диагонали призмы и $A_1C = 12$ см, $\angle ACA_1 = 30^\circ$ и $\angle BD_1 D = 45^\circ$.

Найдем объем призмы по формуле:

$$V = S_{\text{осн}} H,$$

где $S_{\text{осн}}$ – площадь основания призмы, то есть $S_{\text{осн}} = S_{ABCD}$;

H – высота призмы, то есть $H = AA_1$.

2. *Нахождение высоты.*

Для нахождения высоты рассмотрим $\triangle AA_1 C$.

Из $\triangle AA_1 C$ ($\angle A = 90^\circ$):

$$AA_1 = A_1 C \cdot \sin \angle ACA_1 = 12 \cdot \sin 30^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6 \text{ (см)}, \text{ то есть } H = 6 \text{ см.}$$

3. *Нахождение площади основания.*

Площадь основания призмы найдем по формуле $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$.

Для нахождения AC рассмотрим $\triangle AA_1 C$ ($\angle A = 90^\circ$):

$$AC = A_1 C \cdot \cos \angle ACA_1 = 12 \cdot \cos 30^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (см)}.$$

$AA_1 = DD_1 = 6$ см как боковые ребра призмы.

Для нахождения BD рассмотрим $\triangle BDD_1$ ($\angle D = 90^\circ$):

$$BD = DD_1 \cdot \operatorname{tg} \angle DBD_1 = 6 \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 6 \cdot 1 = 6 \text{ (см)}.$$

$$S_{\text{осн}} = \frac{1}{2} \cdot 6\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}.$$

4. *Нахождение объема*

$$V = 18\sqrt{3} \cdot 6 = 108\sqrt{3} \text{ (см}^3\text{)}.$$

Ответ: $108\sqrt{3}$ см³.

Содержание критерия	Баллы
1. Правильно сделан чертеж (показаны диагонали и углы, сделаны пояснения к рисунку).	3
2. Правильно найдена высота.	
3. Правильно найдена площадь основания.	
4. Правильно найден объем.	
Отсутствует один из критериев оценивания, указанных выше	2
Допущены ошибки, которые не повлияли на правильный ход решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше.	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Максимальный первичный балл за всю работу – 30.

Критерии оценивания

Отметка	Процент
5	90 – 100
4	75 – 89
3	60 – 74
2	36 – 59
1	0 – 35

Соответствие количества набранных баллов, оценке по пятибалльной шкале оценивания учебных достижений учащихся приведено в таблице:

Количество набранных баллов	Оценка по пятибалльной шкале оценивания учебных достижений учащихся
27-30	5
22-26	4
18-21	3
10-17	2
0-9	1

Желаем успеха!