

Задания продвинутого уровня по алгебре

Задание. Запишите развёрнутую запись решения с обоснованием: последовательные логические действия и их объяснения.

1. Исследуйте функцию $y = 3x^5 - 5x^3$ и постройте график.
2. Исследуйте функцию $y = 2 + 5x^3 - 3x^5$ и постройте график.
3. Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = 3x - x^3$.
4. Исследуйте функцию и постройте ее график: $y = x^3 - 3x$.
5. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x-2}$ и постройте ее график.
6. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x+2}$ и постройте ее график.
7. Исследуйте функцию $y = \frac{8}{x} + \frac{x}{2}$ и постройте ее график.
8. Исследуйте функцию $y = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}$ и постройте ее график.
9. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2, y = 0$.
10. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y = -2x - x^2, y = 0$.
11. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y = 4 - x^2, y = 0, x = -1, x = 1$.
12. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y = 9 - x^2, y = 0, x = -1, x = 1$.
13. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y = 4 - x^2, y = 2 - x$.
14. Найдите площадь фигуры ограниченной линиями $y = 4 - x^2, y = x + 2$.
15. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями $y = 8x - x^2 - 2$ и $y = x + 8$.
16. Найдите площадь фигуры, ограниченной заданными линиями $y = 8x - x^2 - 7$ и $y = x + 3$.
17. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x - x^2$ и $y = 4 - x$.
18. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x$ и $y = x + 4$.
19. Найдите точки минимума функции $f(x) = x^3 + 3x^2$.
20. Найдите точки максимума функции $f(x) = x^3 - 3x^2$.
21. Решите уравнение: $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$.
22. Решите уравнение: $\sin 2x + \sin x = 2 \cos x + 1$.
23. Решите уравнение: $\log_5^2 x + \log_5 x = 2$.
24. Решите уравнение: $\log_3^2 x - 4 \log_3 x = -3$.
25. Решите уравнение: $2 \cos^2 x - \sin x - 1 = 0$.

26. Решите уравнение: $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 = 0$.
27. Решите уравнение: $\sin 2x - \cos x = 2 \sin x - 1$.
28. Решите уравнение: $2 \sin^2 x - \cos x - 1 = 0$.
29. Решите неравенство: $9^x - 6 \cdot 3^{x-1} \leq 3$.
30. Решите неравенство: $4^x - 6 \cdot 2^{x-1} \geq 4$.
31. Решите неравенство: $\frac{1}{27} < 3^{2-x} \leq 27$.
32. Решите неравенство: $\frac{1}{16} \leq 2^{3-x} < 8$.
33. Упростите выражение: $\frac{\cos 3\alpha - \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}$.
34. Упростите выражение: $\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha - 2 \sin 2\alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha - 2 \cos 2\alpha}$.
35. Найдите длины сторон прямоугольника с периметром 72 см, который имеет наибольшую площадь.
36. Вычислить длину сторон прямоугольника, площадь которого 144 см^2 , имеющего наименьший периметр.
37. Число 20 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение куба первого слагаемого на второе слагаемое было наибольшим.
38. Разбейте число 6 на два неотрицательных слагаемых так, чтобы произведение их квадратов было наибольшим.
39. Среди прямоугольников, сумма длин трех сторон которого равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.
40. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ на отрезке $[-2; 2]$.
41. Найти ромб с наибольшей площадью, если известно, что сумма длин его диагоналей равна 10.
42. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ на отрезке $[-2; 2]$.
43. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = x^3 - 9x^2 + 6$ на отрезке $[-3; 3]$.